
TD11 – Complètement dans l'espace

Un jeu est un graphe orienté fini. Chaque sommet est étiqueté par un état parmi un ensemble fini, par conséquent, le nombre de configurations possibles du graphe est fini. Les règles du jeu sont les manières valides de passer d'une configuration à l'autre. Certaines configurations sont gagnantes, et d'autres sont perdantes.

Il y a deux joueurs que nous appellerons Alice et Bob . Ils jouent chacun leur tour. Une partie est constituée d'une liste de configurations du graphe, la première étant la configuration initiale, et la dernière étant perdante ou gagnante.

Alice a une stratégie gagnante pour une certaine configuration initiale si elle peut gagner quelle que soit la façon dont joue Bob . Le jeu est alors l'ensemble des configurations initiales pour lesquelles il existe une stratégie gagnante pour Alice .

Le jeu de la géographie

Alice choisit une ville, par exemple *Lyon*. Comme cette ville finit par n , Bob doit répondre par une ville qui commence par n , par exemple *Nice*. Bob peut alors répondre *Évreux*. Une ville ne peut être citée qu'une fois, et le joueur qui ne peut plus citer de ville a perdu.

1. Définir précisément le graphe associé au jeu, les états, les règles, la configuration initiale et les configurations finales, gagnantes et perdantes.

2. Tout graphe orienté fini correspond-il à un jeu de type géographie ?

Le problème GEO est défini comme l'ensemble des (G, s) où G est un graphe orienté fini quelconque, s un sommet de G et il existe une stratégie gagnante de départ s .

3. Donner un exemple dans GEO et un exemple hors de GEO.

4. Expliquer comment on peut voir TQBF comme un jeu.

5. Montrer que GEO est dans PSPACE.

6. Montrer que GEO est PSPACE-complet.