

### TD4 – Grammaires algébriques

---

**Exercice 1.**

Donner des grammaires engendrant les langages suivants.

1.  $L = a^*b^*$
2.  $L = \Sigma^*aaa\Sigma^*$
3.  $L = \{a^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$
4.  $L = \{a^n b^{2n} : n \in \mathbb{N}\}$
5.  $L = \{a^n b^m : n \leq m\}$
6. L'ensemble des mots bien parenthésés sur les symboles  $(, ), [, ]$ .

**Exercice 2.**

On considère les deux grammaires suivantes, engendrant respectivement les langages  $A$  et  $B$ .

$$\begin{array}{lcl}
 S & \rightarrow & TUT \\
 T & \rightarrow & aT \mid \epsilon \\
 U & \rightarrow & bU \mid \epsilon
 \end{array}
 \quad \text{et} \quad
 \begin{array}{lcl}
 S & \rightarrow & TU \\
 T & \rightarrow & aT \mid \epsilon \\
 U & \rightarrow & aUb \mid \epsilon
 \end{array}$$

Donner des grammaires pour  $A \cup B$ ,  $A.B$  et  $A^*$ .

**Exercice 3.**

Quels langages les grammaires suivantes engendrent-elles ?

1.

$$S \rightarrow a \mid aS \mid bS$$

2.

$$S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \epsilon$$

3.

$$\begin{array}{lcl}
 S & \rightarrow & U \mid V \\
 U & \rightarrow & TaU \mid TaT \\
 V & \rightarrow & TbV \mid TbT \\
 T & \rightarrow & aTbT \mid bTaT \mid \epsilon
 \end{array}$$