Grammaires et analyse - Semaine du 18/11/2002
Réductions de grammaires

Yan Jurski, Aurelian Lavric, Dominique Poulalhon

1 Élimination des symboles inutiles

Exercice 1 :

Dans chacune des grammaires suivantes, quels symboles ne sont pas co-accessibles ?

(a) $S \to aS \mid Sb$

(b) $S \to aS \mid Sb \mid c$

(c) $S \to aS \mid Sb \mid A$

(d)
$$\begin{array}{l} S \to aS \mid Ab \\ A \to cB \\ B \to dA \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{l} S \to aS \mid Ab \\ A \to cB \\ B \to dA \mid e \end{array}$$

Exercice 2 :

Dans chacune des grammaires suivantes, quels symboles ne sont pas accessibles ?

(a) $S \to b$

(b)
$$\begin{array}{l} S \to a \mid bS \\ A \to c \mid dA \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{l} S \to a \mid bS \mid aA \\ A \to c \mid dA \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{l} S \to a \mid Sa \\ A \to bB \mid c \\ B \to Aa \mid aB \mid a \end{array}$$

Exercice 3 :

On considère maintenant la grammaire G suivante :

$$\begin{array}{l} S \to AB \mid CA \mid BD \\ B \to BC \mid AB \\ A \to a \\ C \to aB \mid b \\ D \to d \end{array}$$

1. Déterminez les variables non co-accessibles de G, et éliminez les productions qui en contiennent ; on notera G_1 la grammaire ainsi obtenue.
   Déterminez ensuite les variables non accessibles de G_1, et éliminez toutes les productions de G_1 qui en contiennent ; on notera G_2 la grammaire ainsi obtenue.
2. Déterminez les variables non accessibles de G, et éliminez les productions correspondantes ; on notera G'_1 la grammaire ainsi obtenue.
   Déterminez ensuite les variables non co-accessibles de G'_1, et éliminez toutes les productions de G'_1 qui en contiennent ; on notera G'_2 la grammaire ainsi obtenue.
3. Comparez les grammaires G_2 et G'_2. Conclusion ?

2 Élimination des ε-productions

Exercice 4 :

On considère la grammaire suivante :

$$\begin{array}{l} S \to aA \mid bB \\ A \to BC \mid BD \mid EE \mid BDE \\ B \to \varepsilon \mid aB \mid D \\ C \to cD \mid dE \\ D \to c \mid dE \mid BB \\ E \to \varepsilon \mid aE \mid Eb \end{array}$$

Déterminez les symboles effaçables de cette grammaire ; le langage défini contient-il le mot vide ? Construisez la grammaire obtenue à partir de la grammaire précédente après élimination des ε-productions.

Exercice 5 :

Mêmes questions pour la grammaire suivante :

$$\begin{array}{l} S \to ABA \mid BAB \\ A \to \varepsilon \mid aA \\ B \to \varepsilon \mid Bb \end{array}$$

3 Élimination des productions unaires

Exercice 6 :

Éliminez les productions unaires dans la grammaire suivante :

$$\begin{array}{l} S \to aS \mid bAb \mid B \\ A \to cA \mid B \\ B \to b \mid Ab \end{array}$$

4 Instructions conditionnelles

Exercice 7 :

On considère les deux grammaires suivantes :

$$\begin{array}{cc} S \to s \mid ixtSeS \mid ixtS & \begin{array}{l} S \to s \mid ixtAeS \mid ixtS \\ A \to s \mid ixtAeA \end{array} \\ \text{(a)} & \text{(b)} \end{array}$$

1. Montrez que la grammaire (a) est ambiguë. Qu'en est-il de la grammaire (b) ?
2. Montrez que les grammaires (a) et (b) définissent le même langage $\mathcal{L}$. Ce langage est-il rationnel ? Est-il déterministe ?
3. La grammaire suivante est-elle ambiguë ? Le langage défini est-il déterministe ?

$$S \to s \mid ixtSeSf \mid ixtSf$$