Grammaires et analyse - Semaine du 28/10/2002

Automates à pile - Langages non reconnaissables

Dominique Poulalhon, Aurelian Lavric , Yan Jurski

Exercice 1 : Montrer que les langages suivant sont, ou ne sont pas, reconnaissables
- Les mots de la forme $a^n.b^n$
- Les mots sur $\{a, b\}$ qui ont autant de a que de b
- Les mots dont la somme du nombre de a et de b est paire
- Les mots dont la difference entre le nombre de a et de b est paire
- Les mots dont la difference entre le nombre de a et de b est 2

Exercice 2 : Nous avons vu que le langage des mots qui ont autant de a que de b n'est pas reconnaissable. Est-il algebrique ? Si oui donnez en une grammaire, puis un automate via les techniques vu dans les TDs passages de grammaire a automate...

Exercice 3 : Donner un automate à pile qui reconnaît le langage :

$$L = \{a^n b^p a^m \mid n, p, m > 0, \quad \text{et} \quad (p \leq n \quad \text{ou} \quad p \leq m)\}.$$

On pourra donner au choix un automate qui reconnaît le langage par pile vide ou un qui reconnaît le langage par états d'acceptation.

Exercice 4 : Montrer que les langages suivants sont algébriques en donnant une grammaire qui les génère, puis un automate à pile :
- $L_1 = \{a^n b^m \mid n \geq 6 \quad \text{et} \quad m \geq 2\}$.
- L_2 = expressions bien parenthesées sur l'alphabet contenant les quatre parenthèses : (,), [et].
- $L_3 = \{z \in \{a, b\}^* \mid z = xwy \quad \text{avec} \quad x, w, y \in \{a, b\}^* \quad \text{et} \quad y = \tilde{x}\}$.
- $L_4 = \{a^n b^m c^p \mid n \leq p \leq n + m\}$.
- $L_5 = \{a^n (b^{m_1} c)(b^{m_2} c)..(b^{m_n} c) \mid n \geq 0 \quad \text{et} \quad \forall i, m_i \geq 0\}$.

Exercice 5 : Un langage algebrique L est *déterministe* s'il existe un automate à pile déterministe qui l'accepte à pile vide et état final.

Soit $L_1 = \{a^n b^p a^n \ : \ n, p > 0\}$ et $L_2 = \{a^n b^p c^p \ : \ n, p > 0\}$.

Donner un APD qui accepte $L_1 \bigcup L_2$.

Correction 1 :
- non reconnaissable
- non reconnaissable
- reconnaissable
- c'est le meme
- non reconnaissable, prendre $a^N.b^{N+2}$

Correction 2 : Pas d'erreurs ici, mais il faut leur faire remarquer en rouge la contradiction ! Le langage a ete vu au TD1. Pour memoire il s'agit de :
$S \rightarrow a.S.b.S \mid b.S.a.S \mid \epsilon$

Correction 3 :

Correction 4 :

Correction 5 : Dans un premier etat, on empile un A pour chaque a lu, puis au premier b on change d'etat, et on empile un B pour chaque b lu. De la, on definit 2 autres etats, ou l'on va en depilant l'un pour la lecture d'un c disons (p), l'autre pour la lecture d'un a, disons (q). Dans (p), je depile un B pour chaque c lu, et si la pile presente autre chose, je change d'etat avec un ϵ. De ce nouvel etat je vide la pile avec des ϵ, puis je vais en final a pile vide sur $Z0$.

Pour (q), je vide tout les B de la pile en lisant des ϵ, au premier A, encore avec un ϵ je vais en (q') duquel je consomme les A pour chaque a, puis on sort avec $\epsilon, Z0$ dans un etat final a pile vide.