Grammaires et analyse - Semaine du 21/10/2002

Automates à pile

Dominique Poulalhon, Aurelian Lavric , Yan Jurski

Exercice 1 : Soit M l' automate à pile donné par
$M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, X\}, q_0, Z_0, \emptyset, \delta)$ avec

$\delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_0, XZ_0)\}, \delta(q_0, a, X) = \{(q_0, XX)\},$
$\delta(q_0, b, X) = \{(q_1, X)\}, \delta(q_0, \epsilon, Z_0) = \{(q_0, \epsilon)\}$
$\delta(q_1, a, X) = \{(q_1, \epsilon)\}, \delta(q_1, b, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\}$

- Est-ce que cet automate est déterministe ?
- Quel est le langage reconnu par états accepteurs ($L(M)$) ?
- Quel est le langage reconnu par pile vide ($N(M)$) ?

Exercice 2 : Soit M l'automate à pile donné par $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, F, \delta)$ avec $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{A, Z_0\}$, $F = \{q_1\}$ et

$\delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_0, AZ_0)\}, \delta(q_0, b, A) = \{(q_1, AAA)\}$
$\delta(q_0, \epsilon, Z_0) = \{(q_1, Z_0)\}, \delta(q_1, b, A) = \{(q_1, \epsilon)\}$

- Est-ce que M est déterministe ?
- Quel est le langage reconnu avec états accepteurs ?
- Quel est le langage reconnu par pile vide ?

Exercice 3 :
Construire des automates à pile et des grammaires qui acceptent les langages suivants :
- $\{a^m b^n : m \leq n \leq 2m\}$
- $\{w \in \{a, b\}^* : |w|_a = |w|_b\}$
- $\{w \in \{a, b\}^* : |w|_a = 2|w|_b\}$

Exercice 4 : Donner un automate à pile qui reconnaît le langage :

$$L = \{a^n b^p a^m \mid n, p, m > 0, \quad \text{et} \quad (p \leq n \quad \text{ou} \quad p \leq m)\}.$$

On pourra donner au choix un automate qui reconnaît le langage par pile vide ou un qui reconnaît le langage par états d'acceptation.

Exercice 5 : Montrer que les langages suivants sont algébriques en donnant une grammaire qui les génère, puis un automate à pile :
- $L_1 = \{a^n b^m \mid n \geq 6 \quad \text{et} \quad m \geq 2\}$.
- L_2 = expressions bien parenthesées sur l'alphabet contenant les quatre parenthèses : (,), [et].
- $L_3 = \{z \in \{a, b\}^* \mid z = xwy \quad \text{avec} \quad x, w, y \in \{a, b\}^* \quad \text{et} \quad y = \tilde{x}\}$.
- $L_4 = \{a^n b^m c^p \mid n \leq p \leq n + m\}$.
- $L_5 = \{a^n (b^{m_1} c)(b^{m_2} c)..(b^{m_n} c) \mid n \geq 0 \quad \text{et} \quad \forall i, m_i \geq 0\}$.