Grammaires et analyse - Semaine du 14/10/2002
Langages Rationels, Reconnaissables, Algebriques

Dominique Poulalhon, Aurelian Lavric , Yan Jurski

Exercice 1 : Soit $\Sigma = \{a, b\}$. Donner une expression rationnelle pour les langages suivants :
- Tous les mots dans Σ^* avec au plus trois a,
- Tous les mots avec exactement une occurrence du facteur aaa.

Exercice 2 : Donner un automate déterministe qui accepte le langage suivant :
- $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* :$ chaque b dans w est suivi immédiatement d'un $a\}$
- $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* :$ le nombre de a dans w est divisible par $2\}$
- $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* :$ le nombre de a dans w est divisible par $3\}$

Exercice 3 : Donner un automate qui reconnaisse les langages algebriques suivant :

1. $S \to a.U \mid b.S \mid e.f.V \mid V \mid \epsilon$
   $U \to b.S \mid e.V \mid c.U$
   $V \to f.S \mid c$

2. $S \to T.a \mid \epsilon$
   $T \to S.b \mid c$

Exercice 4 : Soit G une grammaire pour un langage L. On note $\tilde{L}$ le langage constitue des mots de L ecrit de droite a gauche. Comment construire une grammaire pour $\tilde{L}$ a partir de G ?

Exercice 5 : Comment construire un automate qui reconnait $\tilde{L}$ a partir d'un automate A qui reconnait L ?

Exercice 6 : Vous vous rapellez de la technique pour l'exo 2-1 ? Utilisez les remarques des exercices 3 et 4 pour construire un automate pour le langage suivant.

$S \to S1 \mid S2$
$S1 \to a.U \mid b.V \mid c \mid d.S1 \mid \epsilon$
$U \to c.S1 \mid a.V$
$V \to a.S1 \mid b.U \mid c$
$S2 \to A.a.c \mid B.b \mid C \mid a$
$A \to S2.a \mid S2.b \mid B.a$
$B \to A.a \mid b$

Exercice 7 : Determinisez et minimisez l'automate de l'exercice precedent.

Exercice 8 : Nous avons vu que le langage des mots qui ont autant de a que de b n'est pas reconnaissable. Est-il algebrique ? Si oui donnez en une grammaire, puis un automate via les techniques precedentes.

Correction 1 :
- $b^* \mid b^*.a.b^* \mid b^*.a.b^*.a.b^* \mid |b^*.a.b^*.a.b^*.a.b^*$
- $((b \mid a.b \mid a.a.b)^* \mid \epsilon).a.a.a.((b \mid b.a \mid b.a.a)^* \mid \epsilon)$

Correction 2 :

Correction 3 : 2) ne pas repondre de facon automatique, il faut qu'ils "s'impregnent du Pb"

Correction 4 : chaque regle est remplacee par sa regle miroir. Ainsi, si on a une derivation, pour w dans L, on montre comment construire la derivation dans $\tilde{L}$

Correction 5 : on inverse les sens des arcs. Les finaux deviennent initiaux, et les initiaux finaux. Si ce dernier point pose Pb, introduire un etat initial, et une ϵ transition de cet etat vers les etats qu'on souhaite initiaux.

Correction 6 : On melange des constructions d'automate. Je ne l'ai pas fait. Au sujet de la determinisation + minimisation je ne les ferais pas. C'est juste au cas ou on a un Pb de temps.

Correction 7 : Le langage a ete vu au TD1, ca serait trop fort qu'ils cherchent a trouver un automate. Pour memoire il s'agit de :
$S \rightarrow a.S.b.S \mid b.S.a.S \mid \epsilon$