Grammaires et Analyse

1. Automates à pile $\longrightarrow$ grammaires

Soit $M = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \{Z_0, X\}, q_0, Z_0, \emptyset, \delta)$ avec

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, 1, Z_0) = \{(q_0, XZ_0)\}, & \delta(q_0, \epsilon, Z_0) = \{(q_0, \epsilon)\}, \\ \delta(q_0, 1, X) = \{q_0, XX)\}, & \delta(q_1, 1, X) = \{(q_1, \epsilon)\}, \\ \delta(q_0, 0, X) = \{(q_1, X)\}, & \delta(q_1, 0, Z_0) = \{q_0, Z_0)\} \end{array}$$

- Décrire le langage accepté par M par pile vide ($N(M)$).
- Constuire *directement* à partir de M une grammaire algébrique G équivalente ($L(G) = N(M)$).
- Montrer que 110110 est dans $N(M)$ et dans $L(G)$.

2. Qui a dit algebrique ?

Lesquel parmis les langages suivant sont algebriques ? Justifiez vos reponses.

1. $\{a, b, aa, bb\}$
2. $a^*b^*c^*$
3. $\{w \in \{a, b, c\}^* : |w|_a = |w|_b = |w|_c\}$
4. $\{a^m b^n \ : \ m \neq n\}$
5. $\{a^n b^n c^m : n, m > 0\}$
6. $\{a^{n^2} : n > 0\}$
7. $\{a^n b^m : m = n^2\}$
8. le miroir d'un langage algebrique L
9. $\{v\widetilde{v}w\widetilde{w} : v, w \in \{a, b\}^*$ *et* $\widetilde{z}$ *est l'image miroir de* $z\}$
10. $L = \{a^n b^m c^n d^m \ : \ n, m > 0\}$
11. MIN($\mathcal{L}$) $= \{x \in \mathcal{L}, x = yz$ et $y \in \mathcal{L}$ impliquent $z = \epsilon\}$, lorsque $\mathcal{L}$ est algebrique
    (indication : $\mathcal{L} = \{0^i 1^j 2^k, i \leq k$ ou $j \leq k\})$;
12. MAX($\mathcal{L}$) $= \{x \in \mathcal{L}, xy \in \mathcal{L}$ implique $y = \epsilon\}$.

3. Passage de grammaires à Automates à pile

On considère la grammaire suivante qui reconnait un langage $\mathcal{L}$ sans epsilon :

$$\begin{array}{lcl} S & \longrightarrow & MS \mid c \\ M & \longrightarrow & Ac \mid AbV \\ V & \longrightarrow & S \\ A & \longrightarrow & a \end{array}$$

- Proposez le plus directement possible un automate à pile pour cette grammaire
- Mettez ensuite cet automate sous forme normale de Greibach et proposez à nouveau un automate à pile pour ce langage.
- Comparez l'interêt des deux automates pour obtenir un outil efficace qui reconnait $\mathcal{L}$
- Dans le cas de l'exemple précédent, le non-déterminisme est t'il réellement présent dans la grammaire ?

– On appelle k-forme normale de greibach une grammaire dont toutes les règles sont, soit de la forme $X \longrightarrow w$ avec $w \in \Sigma^*$ et $|w| \leq k$, soit de la forme $X \longrightarrow w.\gamma$ avec $w \in \Sigma^*, |w| = k$ et $\gamma \in (N + \Sigma)^*$. Montrer que pour tout entier k, un langage algébrique admet une k-forme normale de greibach.
– On considère à présent la grammaire

$$\begin{array}{lcl} S & \longrightarrow & MNP \mid NP \\ M & \longrightarrow & NM \mid P \\ P & \longrightarrow & b \mid bP \\ N & \longrightarrow & a \end{array}$$

Comment reconnaitre le mot aabab
Mettre cette grammaire sous 2-forme normale de greibach
Comment reconnait-on le mot aaab avec cette grammaire ?