Grammaires et Analyse

Partiel du 6 décembre 2000

durée : 2 heures

Licence d'informatique – Université Paris 7

Il va sans dire que la rigueur des raisonnements, la clarté des explications, mais aussi la qualité de la présentation influeront sensiblement sur la note.
Notes de cours manuscriptes autorisées.
Le barème n'est donné qu'à titre indicatif et pourra donc être modifié.
On pourra au besoin utiliser pour la suite le résultat d'une question qu'on n'a pas su traiter.

Exercice 1 (3 points)
Montrer que les langages suivants sont algébriques :
a) $L = \{a^n b^m \mid n \neq m \text{ et } n, m \geq 0\}$
b) $L = \{a^n b^p \mid p \leq n \text{ et } n \geq 0\}$
c) $L = \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \geq 0\}$
d) $L = \{a^n b^m, n, m \geq 0 \text{ et } \exists\, p \text{ t.q. } m + n = 2p\}$
e) $L = \{a^n b^m \mid n \neq m, n \neq 2m\}$

Exercice 2 (3 points)
Donner une grammaire propre et réduite équivalente à la grammaire suivante :

$$\begin{aligned} S &\to A \mid AB \mid C \\ A &\to B \mid BA \mid a \\ B &\to BB \mid S \mid b \\ C &\to c \mid CC \mid D \\ D &\to C \end{aligned}$$

Exercice 3 (5 points)

Montrer que le langage $L = \{a^i b^j a^k \mid j = max\{i, k\}\}$ n'est pas algébrique.

Exercice 4 (4 points)
A l'aide de l'algorithme de Cocke-Kasami-Younger, déterminer si le mot $w = aaaaab$ appartient au langage engendré par la grammaire :

$$\begin{aligned} S &\to AB \mid BC \\ A &\to BC \mid a \\ B &\to CC \mid b \\ C &\to AB \mid a \end{aligned}$$

Exercice 5 (5 points)
Une grammaire $G = (\Sigma, N, P, S)$ est en *forme normale de Hcabierg* si tous les éléments de P ont la forme $A \to Wb$, où $A \in N, W \in N^*, b \in \Sigma$.

Soit G une grammaire algébrique qui n'engendre pas le mot vide,

1. prouver qu'il existe toujours une grammaire G' en forme normale de Hcabierg telle que $L(G) = L(G')$.
2. définir un automate à pile $M_{G'}$ qui accepte $L(G')$ par pile vide *en lisant le mot d'entrée de droite à gauche.*