Licence d'informatique – Université Paris 7

Grammaire et Analyse : Partiel du 4 décembre 2002

durée : 2 heures

Il va sans dire que la rigueur des raisonnements, la clarté des explications, mais aussi la qualité de la présentation influera sensiblement sur la note.

Notes de cours manuscrites autorisées. Livres non autorisés

Le barème n'est donné qu'à titre indicatif et pourra donc être modifié.

La somme totale des points du barème donné est supérieure à 20 et ceci est intentionnel.

Exercice 1 (7 points)

Ecrire un automate à pile qui reconnaît le langage

$$L_1 = \{a^n b^m c^p \mid p \leq n + m\}$$

par pile vide. On donnera les transitions de l'automate et on expliquera aussi de façon succinte le principe de son fonctionnement (l'algorithme sous-jacent).

On vous demande maintenant d'écrire un automate à pile qui reconnaît le langage

$$L_2 = \{a^n b^m c^p \mid m \leq p \leq n + m\}$$

par pile vide, ainsi qu'un automate à pile qui reconnaît le langage

$$L_3 = \{a^n b^m c^p \mid n \leq p \leq n + m\}$$

par pile vide.

On donnera également les transitions de ces deux automates et on expliquera aussi de façon succinte le principe de leurs fonctionnements (les algorithmes sous-jacents).

Suggestions :

- Les automates pour L_2 et L_3 seront non-déterministes.
- Bien qu'on vous demande de **ne pas** résoudre l'exercice en vous servant de la méthode présentée en cours pour construire un automate à pile à partir d'une grammaire qui engrendre le langage, on vous suggère d'écrire les grammaires qui engendrent L_2 et L_3 et de vous en "inspirer" pour en déduire les transitions des deux automates.

Exercice 2 (5 points)

Soit A un automate à pile dont l'alphabet de pile est Γ, dont le symbole de fond de pile est Z_0, dont l'ensemble des états terminaux est F (F est non vide) et dont l'ensemble des transitions est δ.
L'automate A reconnaît un langage L par états d'acceptation.
Montrer qu'en ajoutant des nouvelles transitions à δ, on peut obtenir un automate A' qui reconnaît le même langage L par pile vide. Donner les transitions supplémentaires et expliquer le fonctionnement du nouvel automate.

Vice-versa, soit A un automate à pile dont l'ensemble des états est Q, dont l'alphabet de pile est Γ, dont le symbole de fond de pile est Z_0, dont l'ensemble F des états terminaux **est vide** et dont l'ensemble des transitions est δ.
L'automate A reconnaît un langage L par pile vide.
Montrer qu'en ajoutant :

- un nouveau symbole Y_0 à Γ,
- un nouvel état (initial) q_i à Q,
- un nouvel état (terminal) q_f à F,
- des nouvelles transitions à δ,

on peut obtenir un automate A' qui reconnaît le même langage L par états d'acceptation. Donner les transitions supplémentaires et expliquer le fonctionnement du nouvel automate.

Exercice 3 (4 points)

Pour cet exercice, on admettra que le langage

$$L_3 = \{a^n b^n a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

n'est pas algébrique.

En déduire que le langage

$$L_4 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

n'est pas algébrique non plus.

Exercice 4 (6 points)

On considère la grammaire G suivante :

$$\begin{array}{l} S \to aB \mid bA \mid aC \\ A \to bAA \mid a \mid aS \\ B \to aBB \mid b \mid bS \\ C \to bC \mid aD \\ D \to aD \mid bC \\ E \to ab \mid ba \end{array}$$

- Mettre la grammaire sous la forme normale de Chomsky.
- Vérifier au moyen de l'algorithme de Cooke, Kasami, Younger si le mot $w = aabbab$ appartient au langage engendré par G (construire la table des ensembles $V_{i,j}$ en simulant l'algorithme).