Licence d'informatique – Université Paris 7

Grammaires et Analyse : Partiel du 17 décembre 2001

durée : 2 heures

Il va sans dire que la rigueur des raisonnements, la clarté des explications, mais aussi la qualité de la présentation influera sensiblement sur la note.

Notes de cours manuscriptes autorisées. Livres non autorisés

Le barème n'est donné qu'à titre indicatif et pourra donc être modifié.

Exercice 1 (6 points)

Montrer que les langages suivants sont algébriques en donnant une grammaire qui les génère :

- $L_1 = \{a^n b^m \mid n \geq 6 \quad \text{et} \quad m \geq 2\}$. (1 pt.)
- L_2 = expressions bien parenthesées sur l'alphabet contenant les quatre parenthèses : (,), [et]. (1 pt.)
- $L_3 = \{z \in \{a,b\}^* \mid z = xwy \quad \text{avec} \quad x, w, y \in \{a,b\}^* \quad \text{et} \quad y = \tilde{x}\}$. (1 pt.)
- $L_4 = \{a^n b^m c^p \mid n \leq p \leq n+m\}$. (1,5 pt.)
- $L_5 = \{a^n (b^{m_1} c)(b^{m_2} c)..(b^{m_n} c) \mid n \geq 0 \quad \text{et} \quad \forall i, m_i \geq 0\}$. (1,5 pt.)

Exercice 2 (5 points)

Donner un automate à pile qui reconnaît le langage :

$$L = \{a^n b^p a^m \mid n, p, m > 0, \quad \text{et} \quad (p \leq n \quad \text{ou} \quad p \leq m)\}.$$

On pourra donner au choix un automate qui reconnaît le langage par pile vide ou un qui reconnaît le langage par états d'acceptation.

Exercice 3 (5 points)

On modifie légèrement le langage de l'exercice précédent de la façon suivante :

$$L' = \{a^n b^p a^m \mid n, p, m > 0, \quad \text{et} \quad (p \leq n \quad \textbf{et} \quad p \leq m)\}.$$

Est-ce que le langage L' est aussi algébrique ?
Si votre reponse est "oui", alors justifiez en donnant un automate à pile qui reconnaît le langage L'. Si votre reponse est "non", alors justifiez en utilisant le Lemme d'Itération pour les langages algébriques.

Exercice 4 (4 points)

On considère la grammaire G suivante :

$$\begin{aligned} S &\to C \mid D \\ C &\to aC \mid c \\ D &\to aD \mid d \end{aligned}$$

- Mettre la grammaire sous la forme normale de Chomsky.
- Vérifier au moyen de l'algorithme de Cooke, Kasami, Younger si le mot $w = aaaac$ appartient au langage engendré par G (ceci comprend le fait de donner la table).