

Automates Avancés

Travaux Dirigés n°5

► **Exercice 1.**

On reprend un automate à pile du TD 4. Soit M un automate à pile donné par $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_{init}, \gamma_{init}, F, \delta)$ avec $Q = \{q_{init}, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{A, \gamma_{init}\}$, $F = \{q_2\}$ et

$$\begin{aligned} \delta(q_{init}, a, \gamma_{init}) &= \{(q_{init}, A\gamma_{init})\}, \delta(q_{init}, b, A) = \{(q_1, AAA)\} \\ \delta(q_{init}, \epsilon, \gamma_{init}) &= \{(q_1, \gamma_{init})\}, \delta(q_1, b, A) = \{(q_1, \epsilon)\}, \delta(q_1, \epsilon, \gamma_{init}) = \{(q_2, \epsilon)\} \end{aligned}$$

Ici, $\delta(q_{init}, a, \gamma_{init}) = \{(q_{init}, A\gamma_{init})\}$ signifie que dans l'état q_{init} l'automate en produisant un a et avec un γ_{init} en haut de la pile peut aller dans l'état q_{init} en changeant γ_{init} en haut de la pile par $A\gamma_{init}$.

- Donnez un automate à pile qui génère le même langage que M mais qui n'utilise pas des règles qui mettent plus que 2 symboles dans la pile. La règle $\delta(q_{init}, b, A) = \{(q_1, AAA)\}$ est donc interdite.
- Construisez une grammaire qui génère le même langage directement à partir de l'automate à pile obtenu précédemment.

► **Exercice 2.**

Soit M_1 un automate à pile donné par $M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, q_{init}, \gamma_{init}, F, \delta)$ avec $Q = \{q_{init}\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{A, B, \gamma_{init}\}$, $F = \{q_{init}\}$ et

$$\begin{aligned} \delta(q_{init}, a, \gamma_{init}) &= \{(q_{init}, AB)\}, \\ \delta(q_{init}, a, A) &= \{(q_{init}, AB)\}, \\ \delta(q_{init}, b, A) &= \{(q_{init}, \epsilon)\}, \\ \delta(q_{init}, b, B) &= \{(q_{init}, \epsilon)\} \end{aligned}$$

Soit L_1 le langage généré par M_1 avec acceptation par pile vide. Soit L_2 le langage généré par M_1 avec acceptation par état final.

- Quel est L_1 ?
- Quel est L_2 ?
- Si on veut générer L_2 avec acceptation par pile vide, comment doit-on modifier l'automate ?
- Donnez un grammaire hors-contexte qui génère L_1 .
- Une configuration d'un automate à pile est un couple (q, w) où q est l'état de contrôle et w le contenu de la pile. Donnez l'ensemble des configurations qu'on peut atteindre à partir de (q, γ_{init}) . On ne s'intéresse pas aux mots générés pour atteindre une configuration.