

Automates Avancés

Travaux Dirigés n°4

► Exercice 1.

- Est-ce que le langage $\{a^n b^m c^k \mid n = m \text{ ou } m = k\}$ est hors-contexte ? Justifiez.
- Est-ce que le langage $\{a^n b^m c^k \mid n \neq m \text{ ou } m \neq k\}$ est hors-contexte ? Justifiez.

► Exercice 2.

Soit M un automate à pile donné par $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_{init}, \gamma_{init}, F, \delta)$ avec $Q = \{q_{init}, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{A, Z_{init}\}$, $F = \{q_2\}$ et

$$\begin{aligned} \delta(q_{init}, a, Z_{init}) &= \{(q_{init}, AZ_{init})\}, \delta(q_{init}, b, A) = \{(q_1, AAA)\} \\ \delta(q_{init}, \epsilon, Z_{init}) &= \{(q_1, Z_{init})\}, \delta(q_1, b, A) = \{(q_1, \epsilon)\}, \delta(q_1, \epsilon, Z_{init}) = \{(q_2, \epsilon)\} \end{aligned}$$

Ici, $\delta(q_{init}, a, Z_{init}) = \{(q_{init}, AZ_{init})\}$ signifie que dans l'état q_{init} l'automate en produisant un a et avec un Z_{init} en haut de la pile peut aller dans l'état q_{init} en changeant Z_{init} en haut de la pile par AZ_{init} .

- Donnez quelques dérivation de M .
- Quel est le langage généré par M ?

► Exercice 3.

Considérez la grammaire suivante: $S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \epsilon$

- Quel est le langage généré par cette grammaire ?
- Donnez un automate à pile qui reconnaît le même langage. Construisez le directement à partir de la grammaire.

► Exercice 4.

Considérez le langage

$$L = \{w \in \{a, b\}^* : |w|_a = |w|_b \text{ et pour tout préfixe } w' \text{ de } w, |w'|_a \geq |w'|_b\}.$$

- Donnez tous les mots de L de taille jusqu'à 6.
- Donnez un automate à pile qui reconnaît (avec états finaux) L .
- Intersectez cet automate avec l'automate pour le langage $aaa^*bbb^*a^*$.

► Exercice 5.

Considérez le langage

$$L = \{w \in \{(\,, \,, \cdot)\}^* : w \text{ est bien parenthésé}\}.$$

- Donnez un automate à pile qui génère ce langage.