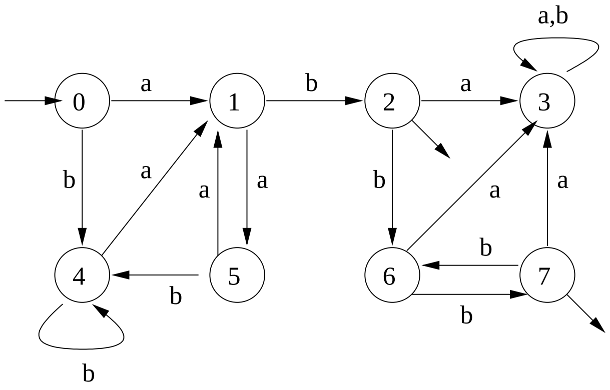
# Automates avancés – Partiel (durée : 2h)

*Tous les documents sont autorisés.*

*Le barème est donné à titre indicatif et peut être modifié.*

**Exercice 1 (3 points)** Minimisez l'automate suivant :




**Exercice 2 (4 points)** Donnez un automate à pile qui reconnaît à pile vide le langage $\{c^m d^n \mid m \leq n \leq 3m\}$. Décrivez en français comment il procède.

**Exercice 3** (**4 points**) Est-ce que le langage $L_1 = \{c^n a^m b^k \mid n \neq m \text{ ou } m \neq k\}$ est hors-contexte ? Justifiez.
**Indication :** $L_1$ peut s'écrire comme une union de deux langages.

**Exercice 4** (**5 points**) Considérez le langage $L_2 = \{xcy \mid x, y \in \{a,b\}^* \text{ tel que } |x|_a = |y|_b\}$. ($|x|_a$ est le nombre de $a$ dans $x$)

- Montrez que $L_2$ n'est pas régulier.
  Rappel : Soit $L$ un langage régulier. Alors la propriété suivante est vraie :
  Il existe un entier $N$ tel que pour tous mots $x, y, z$ avec $xyz \in L$ et $|y| \geq N$, il existe une factorisation $y = uvw$, avec $v$ non vide et pour tout $i \geq 0$, $xuv^iwz \in L$.
- Montrez que $L_2$ est hors-contexte.
  **Indication :** Donnez un automate à pile ou une grammaire hors-contexte pour $L_2$.

**Exercice 5 (5 points)** Considérez la grammaire $G$ donnée par les productions suivantes :

$$\begin{aligned}
&S \to AEB \mid DEa \mid AcA \\
&B \to CC \\
&A \to \epsilon \mid c \\
&C \to aBC \mid DbC \mid c \\
&D \to b \\
&E \to a
\end{aligned}$$

- Calculez $pre^*(\{abbcc\})$. Est-ce que $abbcc \in L(G)$ ?
- Donnez un automate à pile qui réconnait $L(G)$.