

# Extensions d'Automates Finis

Bruno Guillon<sup>1,2</sup>

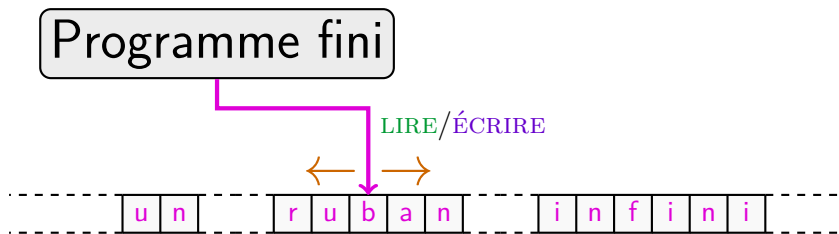
<sup>1</sup>*LIAFA* - Université Paris-Diderot, Paris 7

<sup>2</sup>Dipartimento di Informatica - Università degli studi di Milano

2 Avril 2015

EJCIM - Orléans - 2015

# Machine de Turing



# Machine de Turing

On calcule plein de choses !

Programme fini

LIRE/ÉCRIRE



# Machine de Turing

On calcule plein de choses !

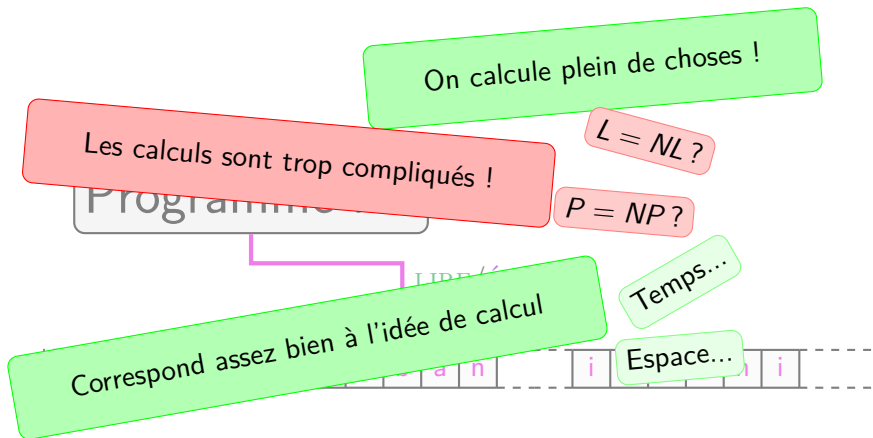
Programme fini

Correspond assez bien à l'idée de calcul

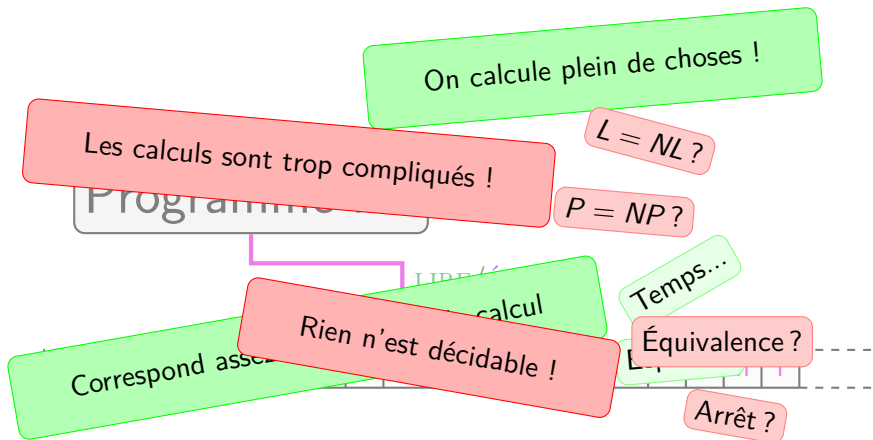
Temps...

Espace...

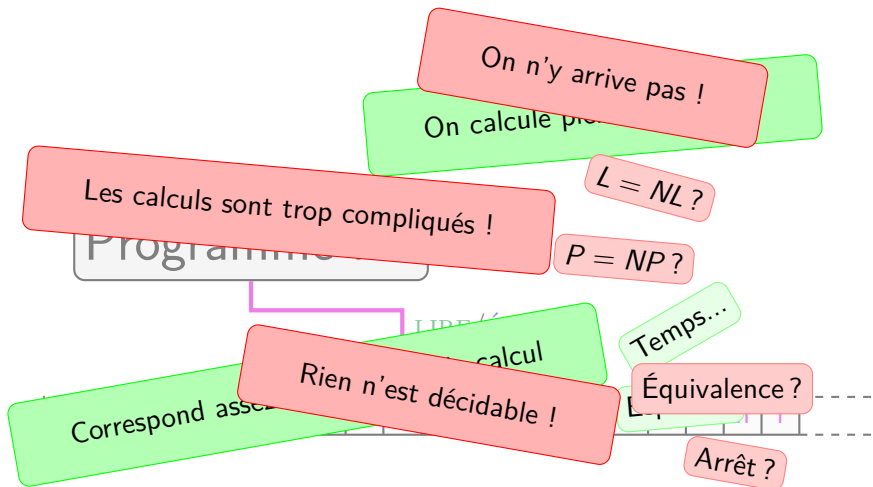
# Machine de Turing



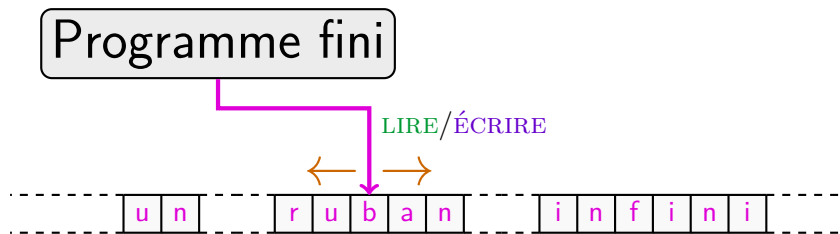
# Machine de Turing



# Machine de Turing

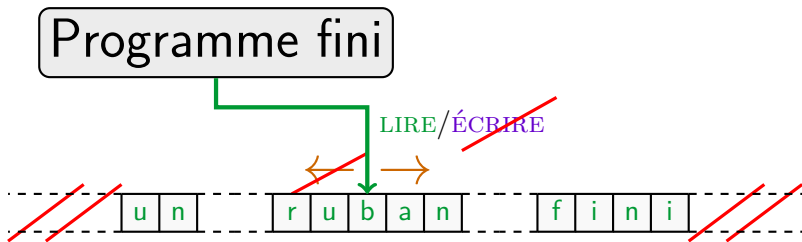


# Machine de Turing

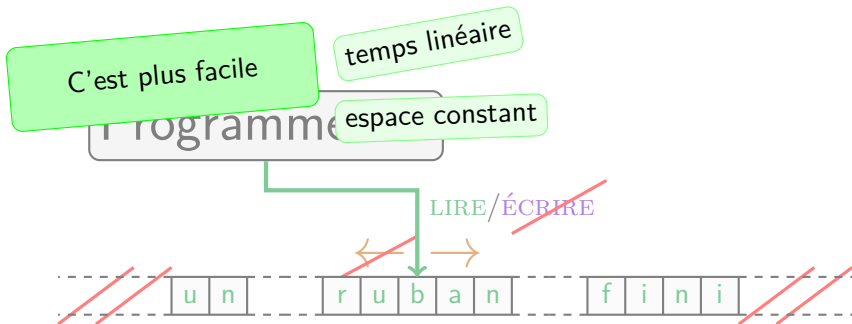




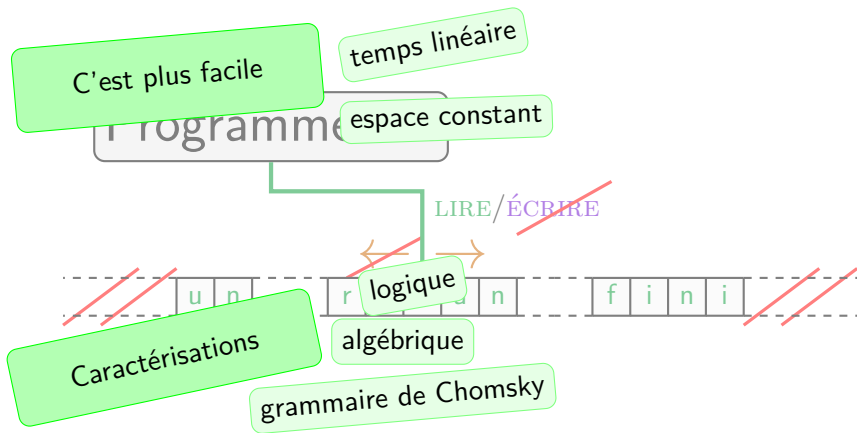
# Automate fini



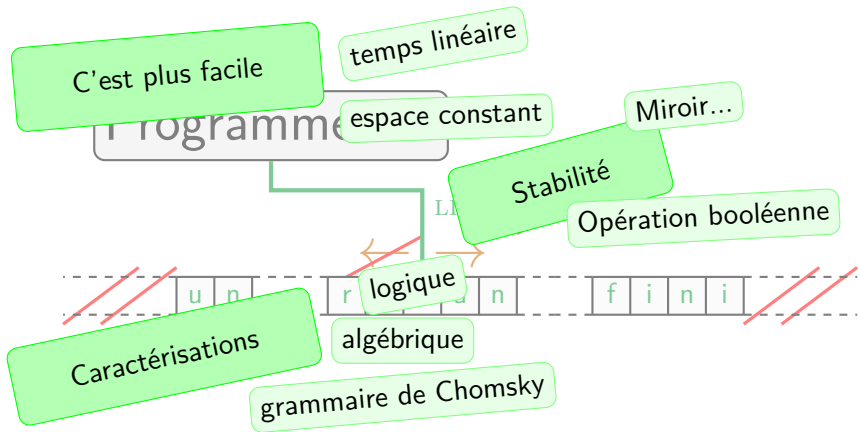
# Automate fini



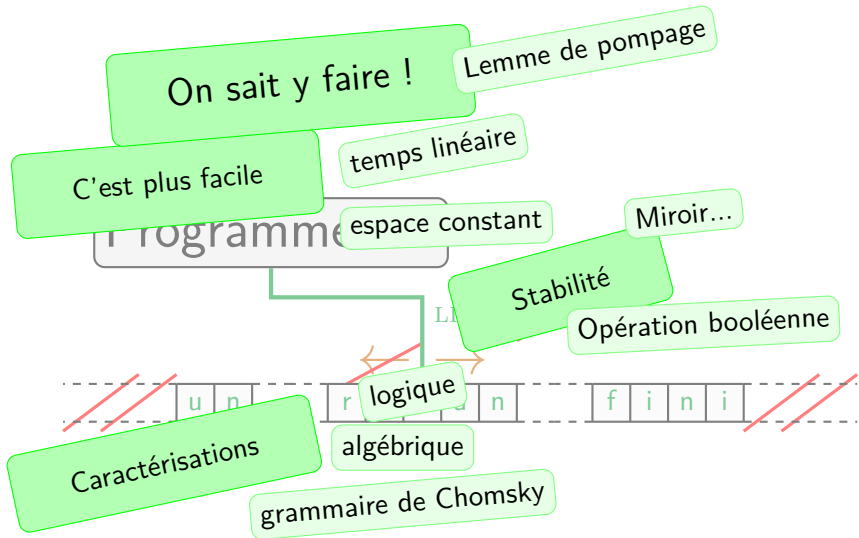
# Automate fini



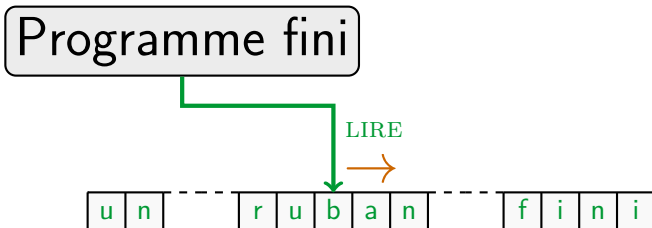
# Automate fini



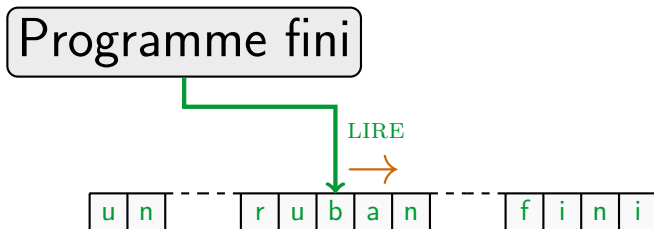
# Automate fini



Ajoutons de la puissance !

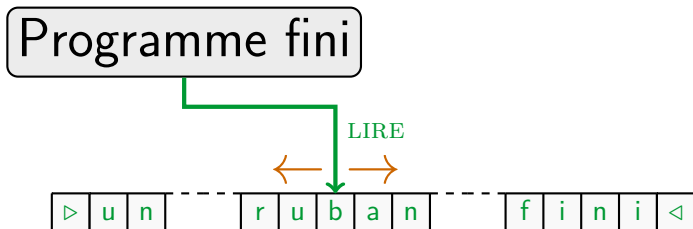


## Ajoutons de la puissance !



- ▶ Non-déterminisme ? (NFA)

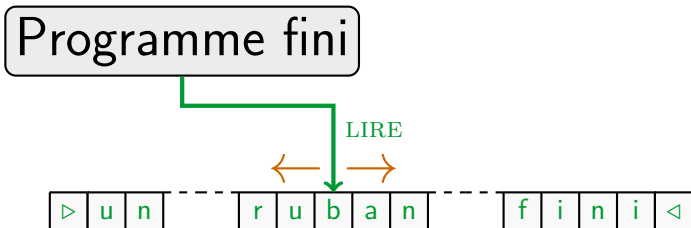
## Ajoutons de la puissance !



- ▶ Non-déterminisme ? (NFA)
- ▶ De la bidirectionnalité ? (2FA)

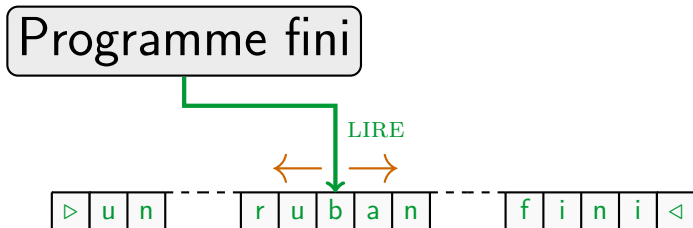


## Ajoutons de la puissance !



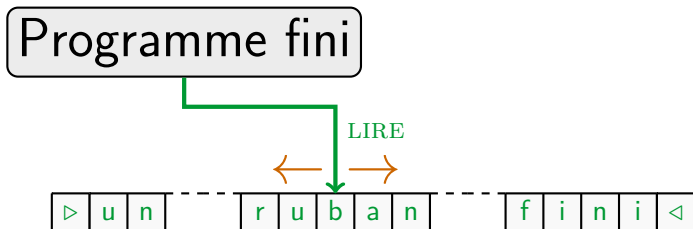
- ▶ Non-déterminisme ? (NFA)
- ▶ De la bidirectionnalité ? (2FA)
- ▶ Les deux ? (2NFA)

## Ajoutons de la puissance !



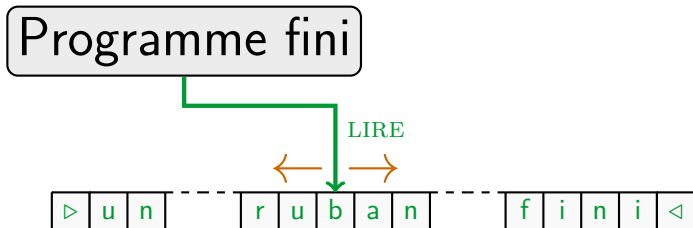
- ▶ Non-déterminisme ? (NFA)
- ▶ De la bidirectionnalité ? (2FA)
- ▶ Les deux ? (2NFA)
- ▶ De l'écriture ? (Écriture seulement à la première visite d'une cellule : 1LFA)

## Ajoutons de la puissance !



- ▶ Non-déterminisme ? (NFA)
- ▶ De la bidirectionnalité ? (2FA)
- ▶ Les deux ? (2NFA)
- ▶ De l'écriture ? (Écriture seulement à la première visite d'une cellule : 1LFA)
- ▶ ...

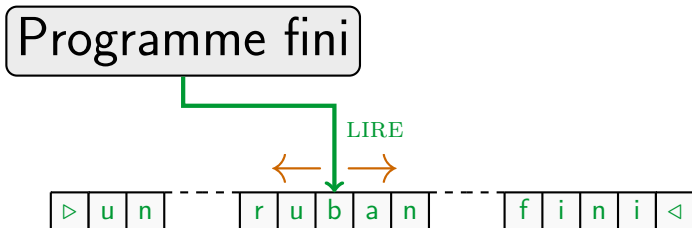
## Ajoutons de la puissance !



- ▶ Non-déterminisme ? (NFA)
- ▶ De la bidirectionnalité ? (2FA)
- ▶ Les deux ? (2NFA)
- ▶ De l'écriture ? (Écriture seulement à la première visite d'une cellule : 1LFA)
- ▶ ...

Tous de la même puissance !

## Ajoutons de la puissance !



- ▶ Non-déterminisme ? (NFA)
- ▶ De la bidirectionnalité ? (2FA)
- ▶ Les deux ? (2NFA)
- ▶ De l'écriture ? (Écriture seulement à la première visite d'une cellule : 1LFA)
- ▶ ...

Tous de la même puissance !

**Question** : quelle différence ?

# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

- ▶ Bornes supérieures (algorithme simulation)

# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

- ▶ Bornes supérieures (algorithme simulation)
- ▶ Bornes inférieures (langages de séparation)



# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

- ▶ Bornes supérieures (algorithme simulation)
- ▶ Bornes inférieures (langages de séparation)

Exemple

1DFA *versus* 1NFA

# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

- ▶ Bornes supérieures (algorithme simulation)
- ▶ Bornes inférieures (langages de séparation)

Exemple

1DFA *versus* 1NFA

- ▶ *Construction de l'ensemble des parties*

# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

- ▶ Bornes supérieures (algorithme simulation)
- ▶ Bornes inférieures (langages de séparation)

Exemple

1DFA *versus* 1NFA

- ▶ *Construction de l'ensemble des parties*
- ▶  $L_n = \{(a, b)^* b(a, b)^{n-1}\}$

# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

- ▶ Bornes supérieures (algorithme simulation)
- ▶ Bornes inférieures (langages de séparation)

## Exemple

1DFA *versus* 1NFA

- ▶ *Construction de l'ensemble des parties*
- ▶  $L_n = \{(a, b)^* b(a, b)^{n-1}\}$ 
  - ▶ *accepté par un 1NFA (ou un 2DFA) à  $n$  états*

# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

- ▶ Bornes supérieures (algorithme simulation)
- ▶ Bornes inférieures (langages de séparation)

## Exemple

### 1DFA *versus* 1NFA

- ▶ *Construction de l'ensemble des parties*
- ▶  $L_n = \{(a, b)^* b(a, b)^{n-1}\}$ 
  - ▶ *accepté par un 1NFA (ou un 2DFA) à  $n$  états*
  - ▶ *mais par aucun 1DFA à moins de  $2^n$  états !*

# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

- ▶ Bornes supérieures (algorithme simulation)
- ▶ Bornes inférieures (langages de séparation)

## Exemple

### 1DFA versus 1NFA

- ▶ *Construction de l'ensemble des parties*
- ▶  $L_n = \{(a, b)^* b(a, b)^{n-1}\}$ 
  - ▶ *accepté par un 1NFA (ou un 2DFA) à  $n$  états*
  - ▶ *mais par aucun 1DFA à moins de  $2^n$  états !*

**Question** : 2DFA versus 2NFA ?

# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

- ▶ Bornes supérieures (algorithme simulation)
- ▶ Bornes inférieures (langages de séparation)

## Exemple

### 1DFA *versus* 1NFA

- ▶ *Construction de l'ensemble des parties*
- ▶  $L_n = \{(a, b)^* b(a, b)^{n-1}\}$ 
  - ▶ *accepté par un 1NFA (ou un 2DFA) à  $n$  états*
  - ▶ *mais par aucun 1DFA à moins de  $2^n$  états !*

**Question** : 2DFA versus 2NFA ?

ouvert !

# Complexité descriptionnelle

La taille des modèles !

- ▶ Bornes supérieures (algorithme simulation)
- ▶ Bornes inférieures (langages de séparation)

## Exemple

### 1DFA versus 1NFA

- ▶ *Construction de l'ensemble des parties*
- ▶  $L_n = \{(a, b)^* b(a, b)^{n-1}\}$ 
  - ▶ *accepté par un 1NFA (ou un 2DFA) à  $n$  états*
  - ▶ *mais par aucun 1DFA à moins de  $2^n$  états !*

**Question** : 2DFA versus 2NFA ?

ouvert !

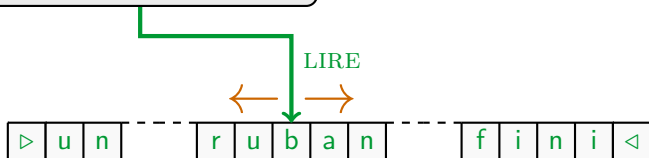
**Question** : 1NFA versus 2DFA ?

ouvert !

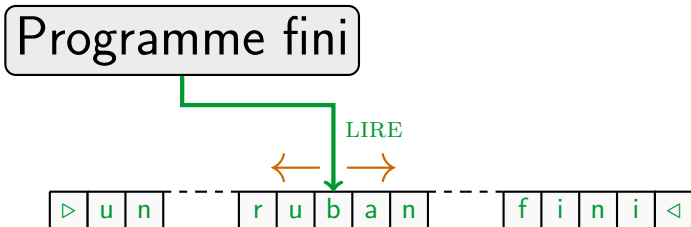


Ré-ajoutons de la puissance !

Programme fini



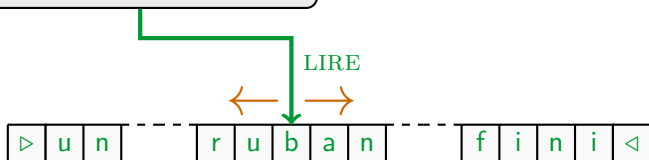
## Ré-ajoutons de la puissance !



- ▶ Non-déterminisme ? / Bidirectionalité
- ▶ Mémoire supplémentaire : un compteur/une pile

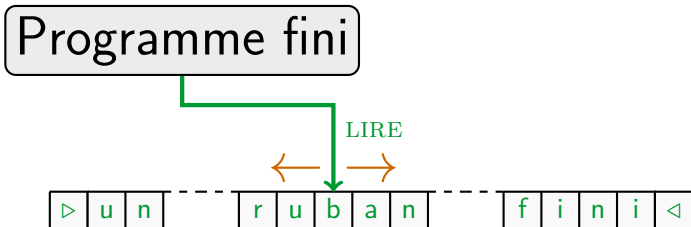
## Ré-ajoutons de la puissance !

Programme fini



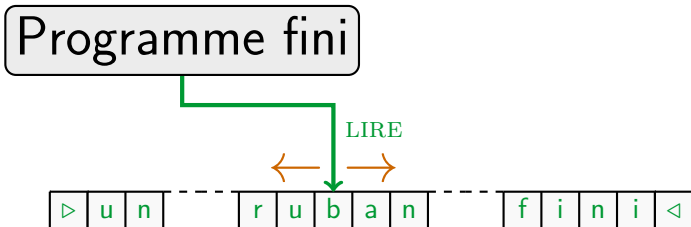
- ▶ Non-déterminisme ? / Bidirectionalité
- ▶ Mémoire supplémentaire : un compteur/une pile
- ▶ Écriture lors des 2 (ou  $k$ ) premières visites d'une cellule.

## Ré-ajoutons de la puissance !



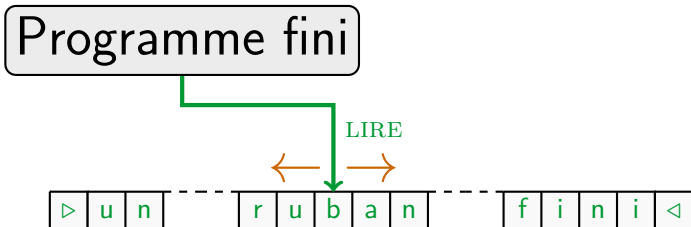
- ▶ Non-déterminisme ? / Bidirectionalité
- ▶ Mémoire supplémentaire : un compteur/une pile
- ▶ Écriture lors des 2 (ou  $k$ ) premières visites d'une cellule.
- ▶ Un ruban de sortie en écriture seule

## Ré-ajoutons de la puissance !



- ▶ Non-déterminisme ? / Bidirectionalité
- ▶ Mémoire supplémentaire : un compteur/une pile
- ▶ Écriture lors des 2 (ou  $k$ ) premières visites d'une cellule.
- ▶ Un ruban de sortie en écriture seule
- ▶ ...

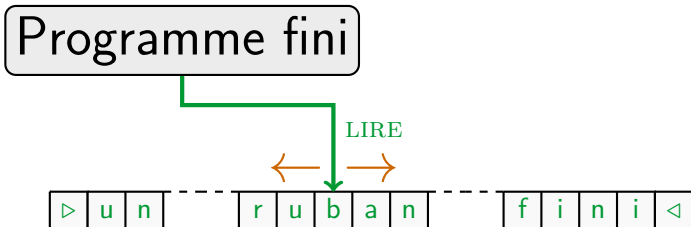
## Ré-ajoutons de la puissance !



- ▶ Non-déterminisme ? / Bidirectionalité
- ▶ Mémoire supplémentaire : un compteur/une pile
- ▶ Écriture lors des 2 (ou  $k$ ) premières visites d'une cellule.
- ▶ Un ruban de sortie en écriture seule
- ▶ ...

Plus puissant !

## Ré-ajoutons de la puissance !

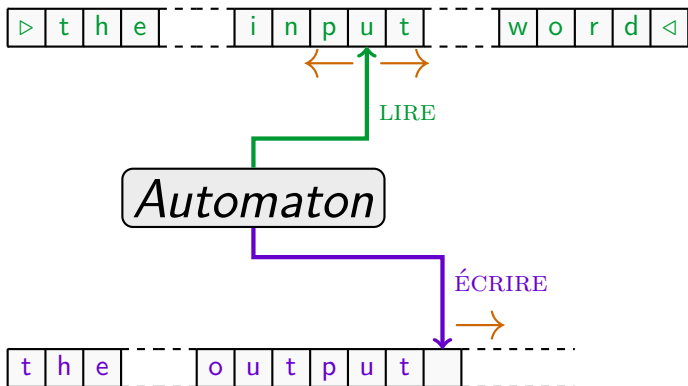


- ▶ Non-déterminisme ? / Bidirectionalité
- ▶ Mémoire supplémentaire : un compteur/une pile
- ▶ Écriture lors des 2 (ou  $k$ ) premières visites d'une cellule.
- ▶ Un ruban de sortie en écriture seule
- ▶ ...

Plus puissant !

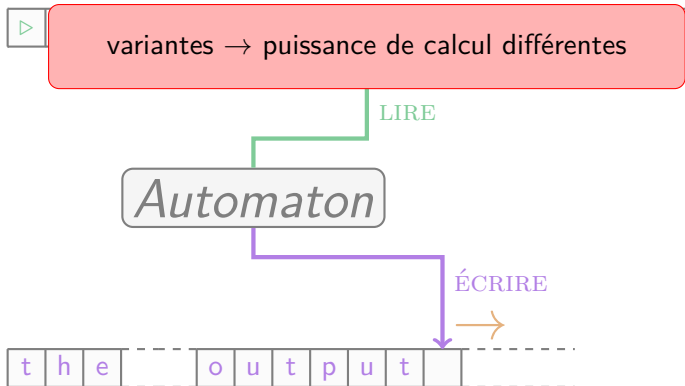
**Question** : que calcule-t'on ? Que ne calcule-t'on pas ?

# Complexité algorithmique

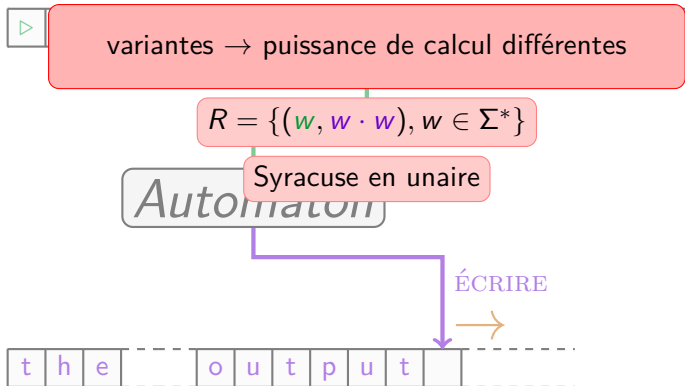




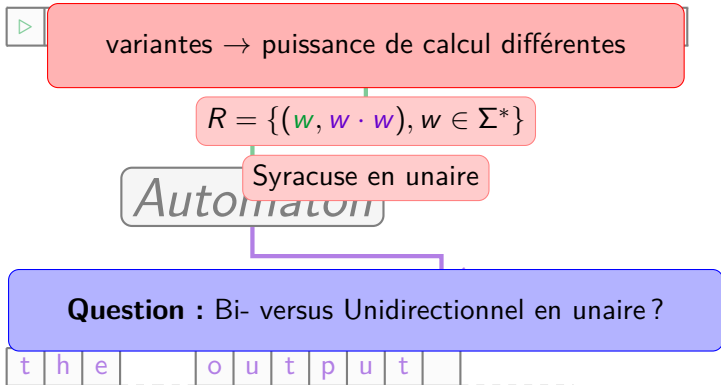
# Complexité algorithmique



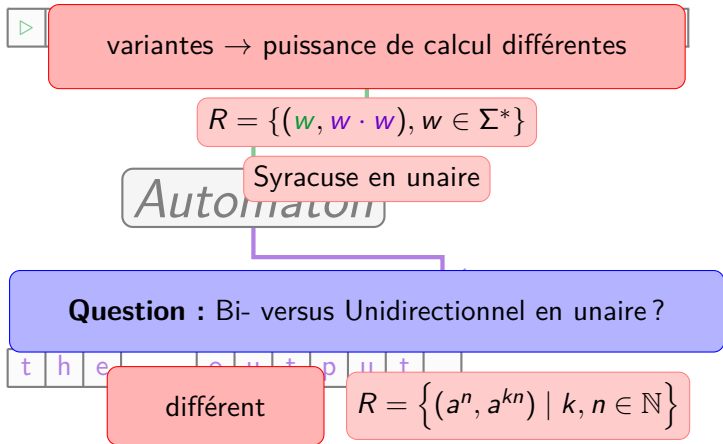
# Complexité algorithmique



# Complexité algorithmique



# Complexité algorithmique



# Complexité algorithmique

