MPRI Cours 2.8
Exercices les automates d'arbres

Exercice 1 : *Comprendre les automates d'arbres*

Pour chaque automate de la liste ci-dessous, indiquer le langages d'arbres reconnu.

1. On prend $\mathcal{D} = \{1, 2\}$. $\mathcal{A}_1 = (\Sigma, Q, q_0, \delta, \Omega)$ avec :
   — $\Sigma = \{a\}$.
   — $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$.
   — Et les fonctions de transitions sont définies par :
   $$\begin{array}{ll} \delta_1(q_0, a) = (0, q_2) & \delta_2(q_0, a) = (0, q_1) \wedge (1, q_1) \\ \delta_1(q_1, a) = (0, q_2) & \delta_2(q_1, a) = \bot \\ \delta_1(q_2, a) = \bot & \delta_2(q_2, a) = (0, q_1) \wedge (1, q_1) \end{array}$$
   — $\Omega(q_1) = \Omega(q_2) = 0$. NB : la valeur de $\Omega(q_0)$ n'a pas d'importance.
2. On prend $\mathcal{D} = \{1, 2\}$. $\mathcal{A}_1 = (\Sigma, Q, q_0, \delta, \Omega)$ avec :
   — $\Sigma = \{a, b\}$.
   — $Q = \{q_0\}$.
   — Et les fonctions de transitions sont définies par :
   $$\delta_1(q_0, \sigma) = \begin{cases} (0, q_0) & \text{si } \sigma = a \\ \bot & \text{si } \sigma = b \end{cases} \qquad \delta_2(q_0, \sigma) = \begin{cases} (0, q_0) \wedge (1, q_0) & \text{si } \sigma = b \\ \bot & \text{si } \sigma = a \end{cases}$$
   — $\Omega(q_0) = 0$.
3. On prend $\mathcal{D} = \{2\}$. $\mathcal{A}_1 = (\Sigma, Q, q_0, \delta, \Omega)$ avec :
   — $\Sigma = \{a, b\}$.
   — $Q = \{q_0, q_1\}$.
   — Et la fonction de transition est définie par :
   $$\delta_2(q_0, \sigma) = \begin{cases} (1, q_1) \wedge (0, q_0) \wedge (1, q_0) & \text{si } \sigma = a \\ (0, q_0) \wedge (1, q_0) & \text{si } \sigma = b \end{cases} \qquad \delta_2(q_1, \sigma) = \begin{cases} (1, q_1) & \text{si } \sigma = a \\ \bot & \text{si } \sigma = b \end{cases}$$
   — $\Omega(q_1) = \Omega(q_2) = 0$.

Exercice 2 : *Propriétés en CTL et automates d'arbres*

Pour chacun des automates ci-dessous, donner une formule de CTL qui lui correspond. A chaque fois, on prend $\mathcal{D} = \{2\}$ et $\Sigma = 2^{\mathsf{AP}}$ avec $\mathsf{AP} = \{a, b\}$ (et donc $\Sigma = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$).

1. — $Q = \{q_0, q_1\}$.
   — Et la fonction de transition est définie par :
   $$\delta_2(q_0, \sigma) = \begin{cases} (0, q_1) \vee (1, q_1) & \text{si } a \in \sigma \\ (0, q_0) \vee (1, q_0) & \text{si } a \notin \sigma \end{cases} \qquad \delta_2(q_1, \sigma) = \begin{cases} (0, q_1) \vee (1, q_1) & \text{si } a \in \sigma \\ (0, q_0) \vee (1, q_0) & \text{si } a \notin \sigma \end{cases}$$
   — $\Omega(q_1) = 0$ et $\Omega(q_0) = 1$.
2. — $Q = \{q_0, q_1\}$.
   — Et la fonction de transition est définie par :
   $$\delta_2(q_0, \sigma) = \begin{cases} (0, q_1) \wedge (1, q_1) & \text{si } \sigma = \{a\} \\ (0, q_0) \wedge (1, q_0) & \text{sinon} \end{cases} \qquad \delta_2(q_1, \sigma) = \begin{cases} (0, q_0) \wedge (1, q_0) & \text{si } b \in \sigma \\ (0, q_1) \wedge (1, q_1) & \text{sinon} \end{cases}$$
   — $\Omega(q_0) = 0$ et $\Omega(q_1) = 1$.