

## MACHINES DE TÜRING

**Exercice 1**

Donner une machine de Turing à une bande qui accepte le langage  $\{b_i \# b_{i+1} \mid i \in \mathbb{N}\}$  où  $b_i$  est la décomposition binaire de l'entier  $i$ , et où l'alphabet d'entrée est  $\{0, 1, \#\}$ . Décrire cette machine sous forme d'un diagramme avec des états.

**Exercice 2****Équivalence de modèles**

- Une *machine à  $k$  piles* est une machine de Turing avec une bande d'entrée et  $k$  bandes de travail, où les bandes de travail sont remplacées par des piles ;
  - une *machine à file* est une machine de Turing avec une bande d'entrée et une bande de travail, où les bandes de travail sont remplacées par des files : on peut ajouter des éléments part la gauche et les lire par la droite ;
  - une *machine à  $k$  compteurs* est une machine à  $k$  piles où l'alphabet de pile est  $\{B, Z\}$  et  $Z$  est un symbole de fond de pile. Un entier  $i$  peut-être stocké dans une pile en comptant le nombre de symboles  $B$ . On peut incrémenter, décrémenter le compteur et tester si le compteur est vide (symbole  $Z$  en tête de pile).
1. Montrer qu'une machine de Turing est équivalente à une machine à deux piles.
  2. Montrer qu'une de Turing est équivalente à une machine à une file.
  3. Montrer qu'une machine à une pile peut-être simulée par une machine à deux compteurs.
  4. Montrer qu'une machine de Turing est équivalente à une machine à deux compteurs.
  5. A-t-on les mêmes résultats si la bande d'entrée ne peut-être lue que de gauche à droite ?

**Exercice 3**

On considère une machine de Turing à une seule bande. Les modèles suivants sont-ils équivalents aux machines de Turing ?

1. La fonction de transition est de la forme  $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{\perp, \rightarrow\}$  où  $\perp$  représente le déplacement de la tête de lecture en tête de la bande.
2. La fonction de transition est de la forme  $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{\bullet, \rightarrow\}$  où  $\bullet$  représente le fait que la tête de lecture ne se déplace pas.