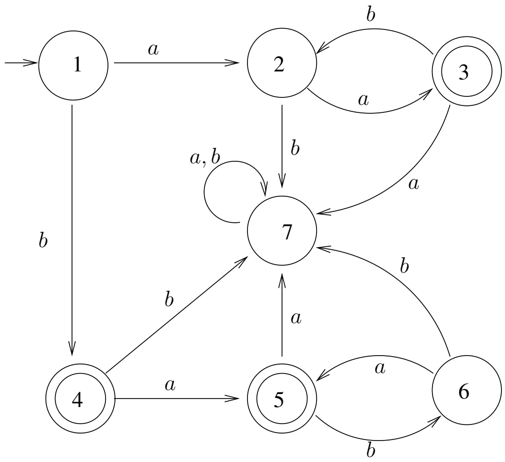
Automates finis

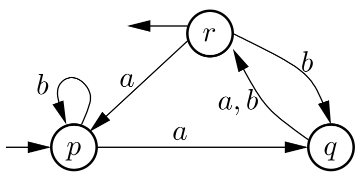
Exercice 1 Minimisation

Minimiser l'automate suivant



Exercice 2

1. Donner une expression rationnelle du langage reconnu par l'automate ci-dessous.



2. Décrire un monoïde M qui reconnaît ce langage, et à partir de ce monoïde, construire un autre automate reconnaissant ce langage.

Exercice 3 Langages Rationnels

Parmi les langages suivants lesquels sont reconnaissables ? Justifiez vos réponses.

1. L'ensemble des mots qui sont des palindromes sur $\Sigma = \{a, b\}$
2. $\{uv\overline{u} \mid u, v \in \{a, b\}^+\}$ où $\overline{u}$ est le miroir de u, $\overline{abb} = bba$
3. $\{u\overline{u}v \mid u, v \in \{a, b\}^+\}$

Exercice 4 Non-exhaustivité du lemme de l'étoile

Soient $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $V = \{uu \mid u \in \Sigma^+\}$ et $W = \{udv \mid u, v \in \Sigma^+,\ u \neq v\}$.

Montrer que $L = W \cup \Sigma^* V \Sigma^* d \Sigma^* \cup \Sigma^* d \Sigma^* V \Sigma^*$ satisfait au hypothèses du lemme de l'étoile fort mais n'est pas rationnel (on pourra admettre l'existence de mots sans carré arbitrairement longs pour un alphabet d'au moins trois lettres).

`Exercice 5` `Langages rationnels`

Soit L un langage rationnel sur un alphabet Σ. Montrer que les langages suivants sont rationnels.

1. $\text{CYCLE}(L) = \{x_1x_2,\ x_1, x_2 \in \Sigma^* \text{ et } x_2x_1 \in L\}$
2. $\text{INIT}(L) = \{x \in \Sigma^*,\ \exists y \in \Sigma^*,\ xy \in L\}$
3. $\frac{1}{2}L = \{x \in \Sigma^*,\ \exists\ y \in \Sigma^* \text{ avec } xy \in L \text{ et } |y|\ =\ |x|\}$

`Exercice 6` `Non-cloture de RAT(L)`

Montrer que pour un langage L rationnel le langage suivant n'est pas nécessairement rationnel.
$\text{BORD}(L) = \{w \in \Sigma^*, \exists x, y, z \in \Sigma^*, |x| = |y| = |z|, w = xz \text{ et } xyz \in L\}$