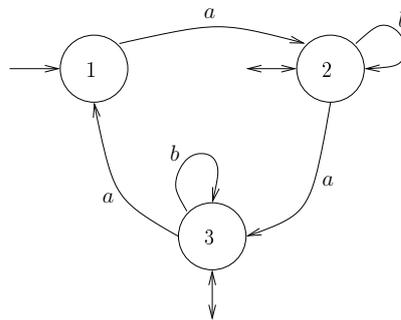


AUTOMATES FINIS

Exercice 1

1. Construire un automate déterministe qui reconnaît les entiers écrits en base 2 qui sont congrus à 1 modulo 3.
2. Construire un automate fini qui reconnaît les mots qui ne contiennent ni le facteur abb ni le facteur baa .
3. Déterminiser l'automate suivant :



4. En déduire un automate à n état dont le déterminisé a exactement 2^n états.

Exercice 2

Semi-linéarité

Un ensemble d'entiers est linéaire s'il est de la forme $\{c + ip, i \in \mathbb{N}\}$. Un ensemble est semi-linéaire s'il est réunion finie d'ensembles linéaires.

1. Soit $L \subseteq a^*$ un langage rationnel, montrer que $\{i, a^i \in L\}$ est semi-linéaire.
2. En déduire que pour tout langage L rationnel, l'ensemble $\lambda(L) = \{|w|, w \in L\}$ est semi-linéaire.

Exercice 3

Autre méthode de minimisation

1. Montrer que le déterminisé d'un automate co-déterministe émondé qui reconnaît le langage L est l'automate minimal de L .
2. En déduire une nouvelle méthode de déterminisation.

Exercice 4

Langages rationnels

Soit L un langage rationnel sur un alphabet Σ . Montrer que les langages suivants sont rationnels.

1. $\text{CYCLE}(L) = \{x_1x_2, x_1, x_2 \in \Sigma^* \text{ et } x_2x_1 \in L\}$
2. $\text{INIT}(L) = \{x \in \Sigma^*, \exists y \in \Sigma^*, xy \in L\}$
3. $\text{MAX}(L) = \{x \in L, \forall y \neq \epsilon, xy \notin L\}$
4. $\text{MIN}(L) = \{x \in L, \text{aucun préfixe propre de } x \text{ n'est dans } L\}$

5. $\frac{1}{2}L = \{x \in \Sigma^*, \exists y \in \Sigma^* \text{ avec } xy \in L \text{ et } |y| = |x|\}$
6. $\text{SQRT}(L) = \{x \in \Sigma^*, \exists y \in \Sigma^* \text{ avec } xy \in L \text{ et } |y| = |x|^2\}$

Exercice 5**Le barman aveugle**

On dispose de 4 jetons, chacun ayant une face bleue et une face rouge. Un joueur (le barman) a les yeux bandés. Son but est de retourner les 4 jetons sur la même couleur (dès que les 4 jetons sont retournés, la partie s'arrête et le barman a gagné). Pour cela, il peut retourner à chaque tour 1, 2 ou 3 jetons. Un autre joueur perturbe le jeu en tournant le plateau sur lequel reposent les jetons d'un quart de tour, d'un demi-tour ou de trois quarts de tour entre chaque opération du barman.

Montrer que le barman a une stratégie gagnante, c'est-à-dire que quoi que fasse le tourneur de plateau, il a moyen de gagner. En combien de coups peut-il gagner ?

