

Partiel de Mathématiques Discrètes

Mardi 29 novembre 2011

Durée : 1 heure

Les documents et téléphones portables ne sont pas autorisés.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 : Automate (3 points)Dessiner un automate déterministe correspondant à l'expression rationnelle $(a + b)(a^2b^*)^*$.**Exercice 2 : Ambiguïté (5 points)**

1. Montrer que la grammaire \mathcal{G} suivante est ambiguë

$$S \rightarrow aSb + aaSb + \varepsilon$$

2. (a) Donner une grammaire \mathcal{G}' non ambiguë équivalente à \mathcal{G} .
(b) Montrer que \mathcal{G} et \mathcal{G}' sont bien équivalentes.

Exercice 3 : Grammaire algébrique (6 points)Décrire le langage $L = L_{S_0}(\mathcal{G})$ sur $\{a, b, c\}$ engendré par la grammaire algébrique \mathcal{G} suivante :

$$\begin{cases} S_0 & \rightarrow aS_0a \mid bS_1b \mid \varepsilon \\ S_1 & \rightarrow cS_1 \mid c \end{cases}$$

Vous devez montrer que le langage décrit est bien celui engendré par \mathcal{G} .**Exercice 4 : Langage algébrique (6 points)**

1. Montrer que le langage $L_1 = \{a^n b^m c^k \mid n > m + k \geq 0\}$ est algébrique.
2. A l'aide du lemme de l'étoile, montrer que $L_2 = \{a^n b^m \mid n > m \geq 0\}$ n'est pas rationnel.
3. En déduire que L_1 n'est pas rationnel.