IF1 : interrogation

Groupe M3, durée 1h45

Le 18 décembre 2008

Exercice 1

1. Dire, en justifiant, ce que fait la fonction suivante selon la valeur de x et y.

```
public static int f(int x, int y) {
  boolean b = ((x <= y) || (x >= y+1));
  boolean c = ((x <= y) && (x < y));
  if (b) {
    if (c)
      if (x < -x) {
        int a = -x;
        return a;
      }
      else
        return x;
    else
      if (y*y*y < 0)
        return (-y);
  }
  return y;
}
```

2. Écrire la même fonction de manière plus simple.

Exercice 2
(Les trois questions suivantes sont indépendantes)

1. Écrire une fonction qui prend en entrée un tableau d'entiers `t` à 2 dimensions, et qui renvoie un tableau contenant deux éléments : le minimum et le maximum de `t`.
2. Écrire une fonction qui prend en entrée un tableau d'entiers `t` à 2 dimensions, et qui modifie `t` directement en remplaçant chaque entier par sa valeur absolue.
3. Écrire une fonction qui prend en entrée un tableau `t` à une dimension, contenant des entiers non nécessairement distincts, et qui renvoie l'élément apparaissant le plus souvent dans `t`. Par exemple, sur le tableau $[5, 2, 3, 3, 2, 5, 1, 5, 1]$, on doit renvoyer 5.

Exercice 3

1. Le logarithme en base 2 d'un entier $n \geq 1$ (noté $\log_2 n$) est le réel x tel que $2^x = n$. On se propose de calculer la partie entière de $\log_2 n$, c'est-à-dire le plus grand entier m tel que $2^m \leq n$. On notera l la partie entière du logarithme en base 2, c'est-à-dire que $m = l(n)$. Par exemple, $l(8) = l(9) = 3$ car $2^3 = 8 \leq 9 < 2^4$.

Écrire une fonction `l` qui prend en entrée un entier n et renvoie la partie entière $l(n)$ de son logarithme en base 2. On calculera $l(n)$ en effectuant des divisions successives par 2.

2. À partir de la fonction l précédente, on peut définir une fonction l^* ainsi : $l^*(n)$ est le plus petit entier i tel que la i-ème itération de l sur l'entrée n vaille 0. Par exemple, $l^*(1) = 1$ car dès la première itération, $l(1) = 0$; ou encore $l^*(2) = 2$ car $l(2) = 1$ et $l(1) = 0$. Pour prendre un exemple plus grand, on a $l^*(1500) = 4$ car $l(1500) = 10$, $l(10) = 3$, $l(3) = 1$ et $l(1) = 0$: la quatrième itération de l sur 1500 vaut 0 (en d'autres termes, $l \circ l \circ l \circ l(1500) = 0$).

   Écrire une fonction `letoile` qui prend en entrée un entier n et renvoie $l^*(n)$.

Exercice 4

On rappelle qu'un polynôme est une fonction p de la forme

$$p(x) = \alpha_d x^d + \alpha_{d-1} x^{d-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0.$$

Ainsi, on peut représenter un polynôme p par ses coefficients $\alpha_0, \ldots, \alpha_d$, par exemple stockés dans un tableau `p` de taille $d + 1$ dont la i-ème case contient la valeur α_i. On suppose que les coefficients α_i sont entiers. Par exemple, le polynôme $p(x) = 5x^4 - 3x^2 + x - 1$ sera représenté par le tableau $[-1, 1, -3, 0, 5]$.

On se propose d'écrire des fonctions de manipulation de polynômes grâce à cette représentation en tableau.

1. Écrire une fonction `demander` qui demande à l'utilisateur un entier d puis $d+1$ coefficients $\alpha_0, \ldots, \alpha_d$, et renvoie le tableau `p` correspondant au polynôme $p(x) = \alpha_d x^d + \alpha_{d-1} x^{d-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$.
2. Écrire une fonction `afficher` qui prend en argument un tableau `p` représentant un polynôme p, et qui affiche à l'écran le polynôme p. Par exemple, sur l'entrée $[-3, 2, 0, 1]$ on affichera `x^3+2x-3`.
3. Écrire une fonction `evaluer` qui prend en entrée un tableau `p` représentant un polynôme p et un entier a, et qui renvoie la valeur $p(a)$ de p évalué en a.
4. Pour ajouter deux polynômes p et q, il suffit d'ajouter les coefficients correspondant aux termes de même degré. Écrire une fonction `somme` qui prend en entrée deux tableaux `p` et `q` représentant respectivement les polynômes p et q, et qui renvoie un tableau `r` correspondant au polynôme $r = p + q$.
5. *(Plus difficile)*

   Soient deux polynômes $p(x) = \alpha_d x^d + \alpha_{d-1} x^{d-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$ et $q(x) = \beta_e x^e + \beta_{e-1} x^{e-1} + \ldots + \beta_1 x + \beta_0$. Soit $r = pq$ le produit de p et q. Alors on peut exprimer les coefficients γ_i de r comme suit :

   $$\gamma_i = \sum_{j+k=i} \alpha_j \beta_k.$$

   Par exemple, si $p(x) = 5x^2 + 3x + 1$ et $q(x) = x^3 - x$, alors $r(x) = 5x^5 + 3x^4 - 4x^3 - 3x^2 - x$.

   Écrire une fonction `produit` qui prend en entrée deux tableaux `p` et `q` représentant respectivement les polynômes p et q, et qui renvoie un tableau `r` correspondant au polynôme $r = pq$.
6. En utilisant les fonctions précédentes, écrire un programme qui demande à l'utilisateur d'entrer les coefficients de deux polynômes p et q, ainsi qu'un entier a, puis qui affiche p et q, les valeurs $p(a)$ et $q(a)$, la somme $p + q$ et enfin le produit pq.