

EXERCICE II: PARTITION

On se donne un tableau de n entiers positifs ou négatifs, mais pas nuls. On veut réarranger le tableau de sorte qu'à la fin, on ait les nombres positifs au début et les nombres négatifs à la fin. L'ordre respectif des nombres négatifs entre eux n'importe pas de même que l'ordre respectif des nombres positifs.

1) Avec le tableau suivant donner un tableau souhaité possible

-8	6	-3	7	5	-5	-2	9	2	8
----	---	----	---	---	----	----	---	---	---

2) Ecrire un algorithme qui réalise cette organisation du tableau en ne considérant qu'une seule fois chaque entrée dans le tableau et en n'utilisant aucun tableau auxiliaire.

3) La complexité de l'algorithme dépend-elle du tableau?

EXERCICE IV: FONCTION DE HACHAGE

On considère un ensemble de clés définies par des suites de 12 bits:

$$A = a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}a_{11}$$

Par exemple $A = 100111101010$

- 1) Dire combien il y a de clés différentes possibles.
- 2) Pour réduire le nombre de clés, on opère de la façon suivante. On décompose A en 3 blocs A_1 , A_2 et A_3 de chacun 4 bits successifs: $A_1 = a_0a_1a_2a_3$, $A_2 = a_4a_5a_6a_7$ et $A_3 = a_8a_9a_{10}a_{11}$, on les écrit les uns au dessous des autres comme indiqué ci-dessous et pour chaque colonne on écrit 1 si la colonne contient un nombre impair de 1 et 0 sinon

$$\begin{array}{cccc}
 a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\
 a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \\
 a_8 & a_9 & a_{10} & a_{11} \\
 \hline
 B = & b_0 & b_1 & b_2 & b_3
 \end{array}
 \quad \text{avec l'exemple} \rightarrow \quad
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 0 \\
 \hline
 B = & 1 & 1 & 0 & 1
 \end{array}$$

Utiliser l'algorithme enseigné en cours pour ranger les 10 valeurs suivantes (stockage interne avec traitement des collisions par placement dans la première case non vide quand on parcourt le tableau du haut vers le bas, en partant de la case définie par la valeur de la fonction de hachage et en reprenant, si nécessaire, le parcours à partir de la première case).

100100101011
 001101011000
 010011110110
 010101001011
 110000101001
 001001111101
 111100001010
 000011100011
 101010101000

- 3) Quelle est la proportion de clés A possibles telles que la valeur B qui leur est associée comme ci-dessus commence par le bit 1? Cela vous suggère-t-il un argument pour montrer que c'est une bonne fonction de hachage?

EXERCICE IV: CALCUL DE COMPLEXITÉ

On considère le programme suivant

```
procédure machin  
 $x \leftarrow 0$   
  pour  $i$  de 1 à  $n$  faire  
    pour  $j$  de  $i$  à  $n - i$  faire  
       $x \leftarrow x + 1$ 
```

- 1) Combien d'opérations d'affectations sont effectuées dans l'exécution du programme?
- 2) Quelle est la valeur finale de la variable x ?

ARBRE BINAIRE DE RECHERCHE

1) Montrer que si un nœud d'un arbre binaire de recherche a deux fils, alors son successeur n'a pas de fils gauche et son prédécesseur n'a pas de fils droit.

2) Pour chacune des suites ci-dessous, dire si elles peuvent apparaître comme la suite des nœuds d'un chemin descendant de la racine. Si c'est le cas, dessiner ce chemin, sinon dire pourquoi il ne peut pas y avoir un tel chemin.

i) 10, 40, 22, 34, 26, 36, 30

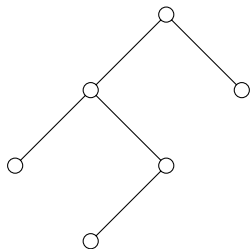
ii) 10, 40, 12, 14, 20, 18, 16

iii) 10, 40, 22, 18, 32, 28

3) Construire (dessiner) l'arbre binaire de recherche donné, dans cet ordre, par les entiers 7, 2, 8, 5, 1, 6, 3, 4. Que devient l'arbre lorsque l'on supprime l'entier 2 ?

4) Mêmes questions si l'on donne la suite d'entiers 6, 2, 1, 7, 3, 4, 5.

5) Pour l'arbre binaire suivant, donner à chacun des nœuds des valeurs entières positives distinctes aussi petites que possibles de sorte que le résultat soit un arbre binaire de recherche.



EXERCICE I: TRI DE LA BULLE On rappelle que le tri de la bulle consiste à amener le plus petit élément d'un tableau (encore appelé vecteur) en première position, puis le deuxième plus petit en deuxième position etc par échanges éventuels entre deux éléments consécutifs.

1) Donner le contenu du vecteur suivant au cours de l'exécution

5	3	8	1
---	---	---	---

2) Ecrire l'algorithme dans le style utilisé en cours et en TD.

3) Quel est le nombre maximal d'échanges réalisés dans l'exécution de l'algorithme sur un vecteur de n éléments? Ce nombre dépend-il de la donnée ou seulement de la taille de la donnée. Dans le premier cas, quel est le nombre maximum et le nombre minimum d'échanges possibles pour une donnée de taille n .