

---

**TD3 – Ordres de grandeur**

---

**Exercice 1.***Hors-sujet : nommage des fonctions*

1. Écrire une fonction `moy` prenant en arguments deux nombres  $a$  et  $b$  et renvoyant leur moyenne  $(a + b)/2$ .
2. En utilisant la fonction `moy`, écrire une fonction `moy4` qui renvoie la moyenne de 4 nombres.
3. En utilisant la fonction `moy`, écrire une fonction `moy3` qui renvoie la moyenne de 3 nombres.

**Exercice 2.***Échauffements*

1. Montrer que la relation  $R$  définie par  $fRg$  ssi  $f \in \Theta(g)$  est une relation d'équivalence.
2. Montrer que si  $f, g \in O(h)$  alors  $f + g \in O(h)$ .

**Exercice 3.**Comparer les fonctions  $f$  et  $g$  suivantes pour les relations  $O$  et  $\Theta$ .

1.  $f(n) = 50n^3 + 2n + 3$  et  $g(n) = n^3$ .
2.  $f(n) = n^5$  et  $g(n) = 100n^4 + 10n^3 + n^2 + n + 2$ .
3.  $f(n) = 2^n$  et  $g(n) = 10^n$ .
4. Pour toute constante  $k > 0$ ,  $f(n) = n^k$  et  $g(n) = 2^n$ .
5. Pour toute constante  $k > 0$ ,  $f(n) = \log^k n$  et  $g(n) = n$ .

**Exercice 4.***Relations  $O$  et  $\Theta$* 

1. Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions à valeurs positives. A-t-on forcément  $f \in O(g)$  ou  $g \in O(f)$  ?
2. Qu'en est-il si les deux fonctions sont strictement croissantes ?

**Exercice 5.***Somme de puissances*

1. Calculer  $\sum_{i=1}^n n^2$ .
2. Montrer que  $\sum_{i=1}^n i^k \in \Theta(n^{k+1})$ .