TD — Gödelisation

1. Montrez que le prédicat

$$EstUnNumero(M) = \begin{cases} \text{vrai} & \text{s'il existe une représentation} \quad M = \langle x_1 \ldots x_n \rangle \\ \text{faux} & \text{sinon} \end{cases}$$

   et les fonctions

$$longueur(M) = \begin{cases} n & \text{s'il existe une représentation} \quad M = \langle x_1 \ldots x_n \rangle \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$element(M{,}i) = \begin{cases} x_i & \text{s'il existe une représentation} \quad M = \langle x_1 \ldots x_n \rangle, \quad n \geq i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$remplacer(M{,}i{,}y) = \begin{cases} \langle x_1 \ldots{,}y{,}\ldots{,}x_n \rangle & \text{si } M \quad \text{a la forme } \langle x_1 \ldots{,}x_i{,}\ldots x_n \rangle, \quad n \geq i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

   sont récursives (primitives).

2. Trouvez la forme explicite de la fonction suivante et déduisez sa récursivité primitive (vu en cours) :

   $init(x)$ = le numéro de Gödel de la configuration initiale de la machine de Turing pour l'entrée x.

3. Prouvez que la fonction suivante est récursive primitive :

   $sortie(x)$ = le nombre de 1s sur le ruban dans la configuration de numéro de Gödel c.